

ческими местами являются конические сечения; впрочем, он должен был считать их настолько известными своим читателям, что последние и без повторения этих доказательств могли видеть, в чем их дополняет третья книга аполлониева труда. Таким образом в этой книге давались, несомненно, дополнения к тем предпосылкам, на которые раньше опирались в названных доказательствах и на которые должны были опираться и в дальнейшем. Но не зная первоначального способа определения геометрических мест, мы вынуждены в своих выводах об этом исходить только из книги Аполлония. Для случая геометрического места к трем прямым это нетрудно. Любое коническое сечение является таким местом, и сам Аполлоний (в ходе своего вышеупомянутого доказательства для получения конического сечения с помощью проективных пучков) выводит этот факт из частного случая теоремы о степени. Любое коническое сечение может точно таким же образом рассматриваться как геометрическое место к четырем прямым: это вытекает из общей теоремы о степени для случая, когда две противоположные прямые $y = 0$ и $z = 0$ параллельны между собой.

Эти результаты представляют уже значительную ценность. Но чтобы лучше понять это, сравним их с тем представлением *пространственного места*, которое дает нам аналитическая геометрия. Взяв за начало какую-нибудь точку геометрического места, мы получаем уравнение вида:

$$ax^2 + bxy + cy^2 + dx + ey = 0,$$

которому можно придать вид:

$$x(ax + by + d) = -cy \left(y + \frac{e}{c} \right).$$

Нетрудно видеть, что кривая представлена здесь как геометрическое место к четырем прямым, из которых две противоположные параллельны.

Так как производившаяся древними операция перемещения площадей и введение коэффициентов посредством теории пропорций соответствуют в точности нашему анализу выражений второй степени, то современное представление кривой общим уравнением второй степени имеет то же геометрическое значение, что и античная характеристика ее, как геометрического места к четырем прямым, из которых две противоположные параллельны между собой. Впрочем, к этому случаю можно было привести также самое общее геометрическое место к четырем прямым.

Специальное указание Аполлония на введенное им при рассмотрении этих вопросов усовершенствование достаточно свидетельствует о том крупном значении и о том внимании, которое уделяли геометрическим местам к четырем и трем прямым.

С этим вопросом о геометрических местах к четырем прямым связано, может быть, еще другое утраченное произведение Аполлония, именно „Трактат об определенном сечении“. Действительно, известно, что в этой книге решалась и тщательно разбиралась